

Reg. No. :

Code No. : 20711 B Sub. Code : AMMA 21

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021.

Second Semester

Mathematics — Core

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND ANALYTICAL
GEOMETRY OF THREE DIMENSIONS

(For those who joined in July 2020 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — (10 × 1 = 10 marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer.

1. $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு

_____.

(அ) $(xy - c)(yx^2 - c) = 0$

(ஆ) $(xy - c) = 0$

(இ) $(yx^2 - c) = 0$

(ஈ) $xy + yx^2 = 0$

The solution of the equation $x^2p^2 + 3xyp + 2y^2 = 0$ is _____

- (a) $(xy - c)(yx^2 - c) = 0$ (b) $(xy - c) = 0$
(c) $(yx^2 - c) = 0$ (d) $xy + yx^2 = 0$

2. $y \frac{dp}{dx} + p^2 = 1$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு _____.

- (அ) $c^2 + y^2 = (x + c)^2$ (ஆ) $c^2 + y^2 - (x + c) = 0$
(இ) $c^2 + x^2 = 0$ (ஈ) $x^2 + y^2 + c^2 = 0$

The solution of the equation $y \frac{dp}{dx} + p^2 = 1$ is _____

- (a) $c^2 + y^2 = (x + c)^2$ (b) $c^2 + y^2 - (x + c) = 0$
(c) $c^2 + x^2 = 0$ (d) $x^2 + y^2 + c^2 = 0$

3. $(D^2 + 5D + 4)y = 0$ -ன் துணையலகு சமன்பாடு _____.

- (அ) $m^2 + 5m + 4 = 0$ (ஆ) $m^2 - 5m - 4 = 0$
(இ) $m + 4 = 0$ (ஈ) $m^2 + m = 0$

The auxiliary equation of $(D^2 + 5D + 4)y = 0$ is _____.

(a) $m^2 + 5m + 4 = 0$ (b) $m^2 - 5m - 4 = 0$

(c) $m + 4 = 0$ (d) $m^2 + m = 0$

4. $(D^2 + 5D + 6)y = e^x$ என்ற சமன்பாட்டின் C.F. = _____

(அ) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$ (ஆ) $c_1 e^{3x} + c_2 e^{3x}$

(இ) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$ (ஈ) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$

C.F. of the equation $(D^2 + 5D + 6)y = e^x$ is _____.

(a) $c_1 e^{2x} + c_2 e^{3x}$ (b) $c_1 e^{3x} + c_2 e^{3x}$

(c) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-3x}$ (d) $c_1 e^{-2x} + c_2 e^{3x}$

5. $(1, 2, 8)$ மற்றும் $(1, 1, 3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் மையப்புள்ளி _____.

(அ) $(1, 3, 11)$ (ஆ) $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$

(இ) $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{11}{2}\right)$ (ஈ) $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{2}{11}\right)$

The middle point of the line joining the points $(1, 2, 8)$ and $(1, 1, 3)$ is _____.

(a) $(1, 3, 11)$ (b) $\left(1, \frac{3}{2}, \frac{11}{2}\right)$

(c) $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{11}{2}\right)$ (d) $\left(1, \frac{2}{3}, \frac{2}{11}\right)$

6. $2x + 4y - 6z = 1$ மற்றும் $3x + 6y - 5z + 4 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கிடையே உள்ள கோணம் _____ ஆகும்.

(அ) $\frac{\pi}{4}$ (ஆ) $\frac{\pi}{2}$

(இ) $\frac{\pi}{3}$ (ஈ) π

The angle between the planes $2x + 4y - 6z = 1$ and $3x + 6y - 5z + 4 = 0$ is _____.

(a) $\frac{\pi}{4}$ (b) $\frac{\pi}{2}$

(c) $\frac{\pi}{3}$ (d) π

7. $(2, 5, 8)$ மற்றும் $(-1, 6, 3)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு _____ ஆகும்.

(அ) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+8}{5}$

(ஆ) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+8}{5}$

(இ) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-8}{5}$

(ஈ) ஏதுமில்லை

Equation of the straight line joining the points $(2, 5, 8)$ and $(-1, 6, 3)$ is _____.

(a) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+8}{5}$

(b) $\frac{x+2}{3} = \frac{y+5}{1} = \frac{z+8}{5}$

(c) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z-8}{5}$

(d) None

8. $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n} = r$ என்ற சமன்பாடு _____ ஐ குறிக்கும்.

(அ) வட்டம்

(ஆ) நேர்கோடு

(இ) நீள்வட்டம்

(ஈ) அதிபரவளையம்

$\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n} = r$ is the equation of the
_____.

- (a) Circle (b) Straight line
(c) Ellipse (d) Hyperbola

9. $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ என்ற கோடு

$ax+by+cz+d=0$ என்ற கோட்டிற்கு இணை எனில்

(அ) $al+bm+cn=0$ மற்றும் $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

(ஆ) $al+bm=0$ மற்றும் $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

(இ) $al+bm+cn \neq 0$ மற்றும் $ax_1+by_1+cz_1d=0$

(ஈ) $al+bm+cn \neq 0$ மற்றும் $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

The line $\frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$ is parallel to the
plane $ax+by+cz+d=0$ if

(a) $al+bm+cn=0$ and $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

(b) $al+bm=0$ and $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

(c) $al+bm+cn \neq 0$ and $ax_1+by_1+cz_1d=0$

(d) $al+bm+cn \neq 0$ and $ax_1+by_1+cz_1d \neq 0$

10. $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$,
 $lx + my + nz = p$ சமன்பாடுகள் _____ யை
 குறிக்கும்.

(அ) ஒரு வட்டத்தைக் (ஆ) ஒரு உருளையைக்
 (இ) ஒரு கூம்பைக் (ஈ) ஒரு பரவளையத்தைக்

The equation $x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$,
 $lx + my + nz = p$ represent _____.

(a) a circle (b) a cylinder
 (c) a cone (d) a parabola

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) தீர்க்க : $y = 2px + y^2 p^3$
 Solve : $y = 2px + y^2 p^3$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $tdx = (t - 2x)dt$
 $tdy = (tx + ty + 2x - t)dt$.

Solve : $tdx = (t - 2x)dt$.
 $tdy = (tx + ty + 2x - t)dt$.

12. (அ) தீர்க்க : $(D^4 + 2D^2n^2 + n^4)y = \cos mx$.

Solve : $(D^4 + 2D^2n^2 + n^4)y = \cos mx$.

Or

(ஆ) தீர்க்க : $(D^2 - 8D + 9)y = 8 \sin 5x$.

Solve : $(D^2 - 8D + 9)y = 8 \sin 5x$.

13. (அ) $(2, 5, -4)$, $(1, 4, -3)$, $(4, 7, -6)$ மற்றும் $(5, 8, -7)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரு இணைகரத்தைக் குறிக்கும் எனக் காட்டுக.

Show that the points $(2, 5, -4)$, $(1, 4, -3)$, $(4, 7, -6)$ and $(5, 8, -7)$ are the vertices of a parallelogram.

Or

- (ஆ) $A(3, 5, -2)$, $B(2, 2, 0)$ மற்றும் $C(5, 11, -6)$ ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே நேர்க்கோட்டில் அமையும் என நிரூபி.

Prove that the points $A(3, 5, -2)$, $B(2, 2, 0)$ and $C(5, 11, -6)$ are collinear.

14. (அ) $2x - 3y + 6z + 12 = 0$, $2x - 3y + 6z - 2 = 0$ என்ற இரு இணையான தளங்களுக்கு இடையே உள்ள தூரத்தைக் காண்க.

Find the distance between the parallel planes

$$2x - 3y + 6z + 12 = 0, 2x - 3y + 6z - 2 = 0.$$

Or

(ஆ) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{3}$ மற்றும்

$$\frac{x-1}{-4} = y+2 = \frac{z-6}{2} \quad \text{ஆகிய கோடுகள் ஒரே தளத்தில் அமையும் எனக் காட்டுக.}$$

Show that the lines $\frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{3}$ and

$$\frac{x-1}{-4} = y+2 = \frac{z-6}{2} \text{ are coplanar.}$$

15. (அ) $(6, -1, 2)$ என்ற புள்ளியை மையமாகவும் மற்றும் $2x - y + 2z - 2 = 0$ என்ற தளத்தை தொடும் கோளத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the equation of the sphere which has its centre at the point $(6, -1, 2)$ and touches the plane $2x - y + 2z - 2 = 0$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 10y + 22z = 245$,

$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 14y - 18z + 141 = 0$ ஆகிய
கோளங்கள் ஒன்றையொன்று தொடும் எனக்
காட்டுக. தொடும் புள்ளியைக் கண்டுபிடி.

Show that the spheres

$$x^2 + y^2 + z^2 + 6x + 10y + 22z = 245 ;$$

$x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 14y - 18z + 141 = 0$ touch
each other. Find the point of contact.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) தீர்க்க : $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t}$$

Solve : $\frac{dx}{dt} + 2x - 3y = t$

$$\frac{dy}{dt} - 3x + 2y = e^{2t} .$$

Or

(ஆ) தீர்க்க : $\frac{d^2x}{d\theta^2} + 15x + 3y = 30$

$$2x + \frac{d^2y}{d\theta^2} + 10y + 4 = 0$$

Solve : $\frac{d^2x}{d\theta^2} + 15x + 3y = 30$

$$2x + \frac{d^2y}{d\theta^2} + 10y + 4 = 0.$$

17. (அ) தீர்க்க : $(D^2 + 1)y = x^2 e^{2x} + x \cos x$

Solve : $(D^2 + 1)y = x^2 e^{2x} + x \cos x.$

Or

(ஆ) தீர்க்க : $(D^2 + 5D + 6)y = e^{-2x} + \sin 4x.$

Solve : $(D^2 + 5D + 6)y = e^{-2x} + \sin 4x.$

18. (அ) $al + bm + cn = 0 ; \quad fmn + gnl + hlm = 0$

ஆகியவற்றை திசைக்கொசைன்களாக கொண்ட

நேர்கோடுகள் செங்குத்து எனில் $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$

மற்றும் இணை எனில் $\sqrt{af} + \sqrt{bg} + \sqrt{ch} = 0$

எனக் காட்டுக.

Show that the straight lines whose direction cosines are given by $al + bm + cn = 0$; $fmn + gnl + hlm = 0$ are perpendicular if $\frac{f}{a} + \frac{g}{b} + \frac{h}{c} = 0$ and parallel if $\sqrt{af} + \sqrt{bg} + \sqrt{ch} = 0$.

Or

(ஆ) (x_1, y_1, z_1) என்ற புள்ளியிலிருந்து $ax + by + cz + d = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள செங்குத்து நீளத்தைக் காண்க.

Find the length of the perpendicular from the point (x_1, y_1, z_1) on the plane $ax + by + cz + d = 0$.

19. (அ) $2x - 3y + 2z + 3 = 0$ என்ற தளத்தில் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{2}$ என்ற கோட்டிற்கான ஒப்புமைக் கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க.

Find the equations of the image of the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z-3}{2}$ in the plane $2x - 3y + 2z + 3 = 0$.

Or

(ஆ) $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}; \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}$

ஆகிய கோடுகளுக்கு இடையே உள்ள குறுகிய தூரத்தைக் காண்க.

Find the shortest distance between the lines

$$\frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+2}{1}; \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+7}{3} = \frac{z+2}{2}.$$

20. (அ) (a, b, c) என்ற நிலைப்புள்ளி வழியாக செல்லும்

ஒரு தளம் ஆய அச்சுகளை A, B, C -ல் வெட்டுகிறது. கோளம் $OABC$ -ன் மையத்தின்

நியமப்பாலை $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$ எனக் காட்டுக.

A plane passes through a fixed point (a, b, c) and cuts the axes in A, B, C . Show that the locus of the center of the sphere $OABC$ is

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2.$$

Or

(ஆ) மாறா ஆரம் k -ஐக் கொண்ட கோளம் மையப்புள்ளி வழியாக செல்லும் மற்றும் அச்சக் கோடுகளை A, B, C -ல் சந்திக்கும் எனில் முக்கோணம் ABC -ன் மையக் கோட்டுச் சந்தி $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$ என்ற கோளத்தின் மையப்பகுதியில் அமையும் என நிறுவுக.

A sphere of constant radius k passes through the origin and meets the axes in A, B, C . Prove that the centroid of the triangle ABC lies on the sphere $9(x^2 + y^2 + z^2) = 4k^2$.
